Eine Methode für die Intensitätsmessung von Röntgenstrahlen

nebst einer

Berechnung der Wellenlänge derselben

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen philosophischen Fakultät

der

Julius-Maximilians-Universität zu Würzburg

vorgelegt von

G. Holtsmark

aus Asker in Norwegen

KRISTIANIA

ALB. CAMMERMEYERS FORLAG

1902

Morten Johansens Bogtrykkeri. — Kristiania 1902.

Eine Methode für die Intensitätsmessung von Röntgenstrahlen nebst einer Berechnung der Wellenlänge derselben.

Von

G. Holtsmark.

P. Curie und *G. Sagnac* haben beobachtet, dass die sogenannten Sekundärstrahlen, welche von Röntgenstrahlen, wenn diese auf schwere Metalle treffen, erzeugt werden, mit negativer Elektrizität geladen sind[1]. Das Metall (Platin oder Blei) wurde in Form eines Blattes isoliert in einer Dose aus Aluminium angebracht und mit dem einen Quadrantenpaar eines Elektrometers verbunden. Die Dose wurde bis auf *Crookes*'sches Vakuum ausgepumpt und der Wirkung von Röntgenstrahlen ausgesetzt. Die von den Röntgenstrahlen erzeugten Sekundärstrahlen trugen ihre Ladung auf die Wände der Aluminiumdose hin, während auf dem Metallblatt eine entsprechende positive Ladung zurückblieb, welche mit dem Elektrometer wahrgenommen wurde. Wenn die Elektrizität zur Erde abgeleitet wurde, konnten *Curie* und *Sagnac* einen Strom von der Grössenordnung 10^{-10} Ampère messen.

[1] *P. Curie* et *G. Sagnac,* Comptes rendus, tome CXXX, p. 1013, 1900.

Es liegt die Vermutung nahe, dass die Stromstärke in einer bestimmten Beziehung zu der Intensität der Röntgenstrahlen steht, welche die Sekundärstrahlen und somit die positive Elektrizität erzeugen, und zwar wäre es am einfachsten sich vorzustellen, dass die Beziehung schlechthin in einer Proportionalität bestünde. Es wäre dann eine Möglichkeit gegeben die Elektrizitätsentwickelung bei den Secundärstrahlen zur Intensitätsmessung bei den dieselben erzeugenden Röntgenstrahlen zu verwerten.

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, dass eine solche Möglichkeit vorhanden ist; ich habe die Methode benutzt, um die Absorption der Röntgenstrahlen in einigen Substanzen zu messen.

In dem letzten Teil der Arbeit habe ich einen Versuch gemacht die Röntgenstrahlen mit Hülfe der elektromagnetischen Lichttheorie in Beziehung zu dem gewöhnlichen Licht zu setzen, indem ich aus den *Helmholtz*'schen Dispersionsformeln vermöge der gemessenen Absorptionscoefficienten die Grössenordnung der Wellenlänge für die Röntgenstrahlen berechnet habe.

Die Absorption der Röntgenstrahlen in verschiedenen Substanzen ist von *Röntgen* mit einer dem *Bouguer*'schen Photometer analogen Vorrichtung untersucht[1]. Mit ähnlichen photometrischen Methoden sind von einer Reihe von anderen Forschern Untersuchungen über die Absorption gemacht, so von *Nannes*[2], *Novák* und *Šulc*[3], *Zoth*[4], *Doelter*[5],

[1] Berl. Ber. 26, p. 576—592, 1897.
[2] Öfvers. Svensk. Vet. Ak. Förh. 53, 505, 1896.
[3] Oesterr. Z. S. f. phys. Chemie, 19, 489—492, 1896.
[4] Wied. Ann. 58, 344—356, 1896.
[5] Mitth. d. naturf. Ver. f. Steiermark. N. Jahrbuch für Min. 1896, 2, 87—106.

Waddel[1], *Gladstone* and *Hibbert*[2], *van Aubel*[3], *Bleunard* et *Labesse*[4], *Blythswood* and *Marchant*[5], *Hébert* et *Reynaud*[6] und *Benoist*[7].

Villari[8], *Benoist* et *Hurumzescu*[9], *M'Clelland*[10], *Righi*[11] haben auch die durch die Röntgenstrahlen bewirkte Entladung geladener Körper für Intensitätsmessungen benützt.

Eine von den Röntgenstrahlen hervorgerufene Erwärmung ist studiert und zum Teil für Absorptionsmessungen benutzt von *Dorn*[12], *Schoeps*[13], *Rutherford, Macdonald* and *McClung*[14]. *Leininger*[15] vermochte indessen keine Wärmewirkung bei den Röntgenstrahlen zu beobachten.

Die auf der Entladungswirkung beruhende Intensitätsmessung darf wohl als eine sehr unvollkommene bezeichnet werden, und die auf der Wärmeentwickelung beruhende ist nach den Versuchen von *Leininger* sehr zweifelhaft geworden. Die photometrischen Durchlässigkeitsmessungen sind ja in der Wirklichkeit keine Intensitätsmessungen. Somit hat es bisher an einer wirklichen Methode für Intensitätsmessungen gefehlt und um so mehr durfte ein Ver-

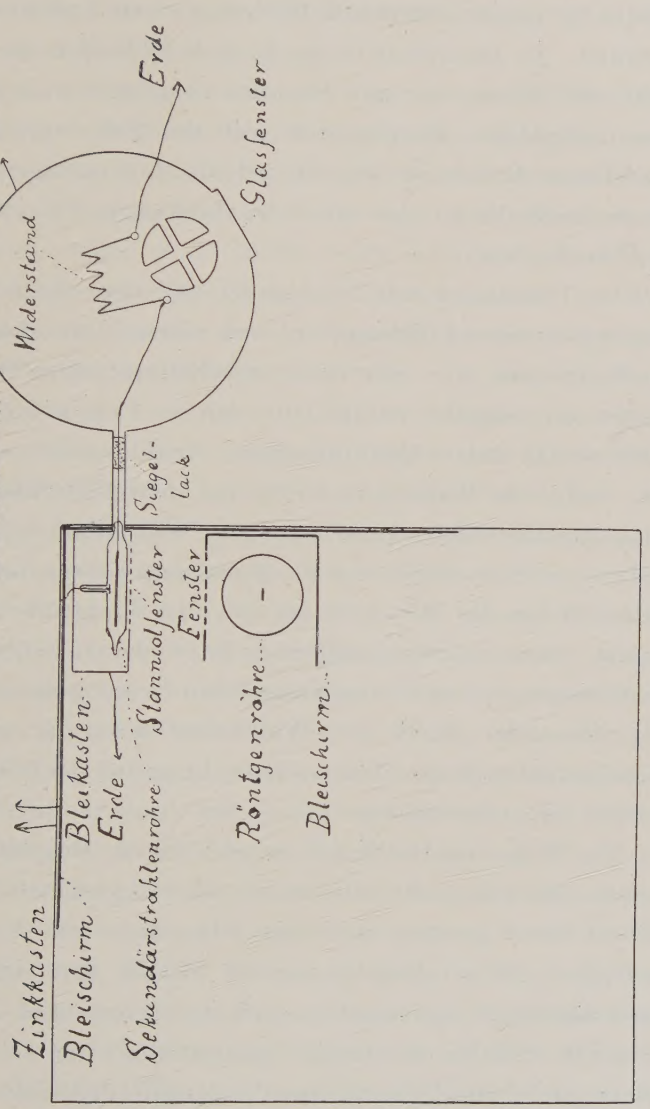
[1] Chem. News 74, 298—299, 1896.
[2] Chem. News 74, 235, 1896, und 78, 199—200, 1898.
[3] Journ. de Phys. (3) 5, 511—514, 1896.
[4] Eclair électr. 6, 514—515, 1896.
[5] Proc. Roy. Soc. 65, 413—428, 1899.
[6] Bull. soc. chim. (3) 21, 392—394 und 394—402, 1899. C. R. 132, 408—410, 1901.
[7] C. R. 132, 324—327, 1901. Journ. de Phys. (3) 10, 653—668, 1901.
[8] Rend. di Nap. (3 a) 2, 102—109, 1896.
[9] C. R. 122, 379—389, 1896.
[10] Proc. Roy. Soc. 60, 146—148, 1896.
[11] Rend. Linc. (5 a) 5 [1], 142—149, 1896. C. R. 122, 601—602, 1896.
[12] Wied. Ann. 63, 160—176, 1897.
[13] Z. S. f. Naturw. 72, 145—196, 1899.
[14] Proc. Roy. Soc. 67, 245—250, 1900.
[15] Physikal. Zeitschr. 2, 691—693, 1901.

such von Interesse sein, eine solche mit Hülfe anderer bis jetzt nicht ausgewerteten Eigenschaften der Strahlen herbeizuführen.

Aus Veranlassung des Herrn Prof. *W. Wien* habe ich zu diesem Zwecke die im Folgenden beschriebene Untersuchung angestellt.

Versuchsanordnung.

Die Sekundärstrahlen wurden auf einem 10 cm. langen und 2 cm. breiten Platinblech erzeugt, das in einer 18 cm. langen evakuirten Glasröhre von 3,5 cm. Durchmesser angebracht war. Durch einen im Glas eingeschmolzenen Platindraht war das Platinblech mit dem einen Quadrantenpaar eines Elektrometers verbunden. Die Sekundärstrahlen, die während der Bestrahlung mit Röntgenstrahlen vom Platin ausgehen, tragen ihre negative Ladung auf das Glas, während die zurückgebliebene positive Elektrizität das Quadrantenpaar ladet. Um zu vermeiden, dass die positive Elektrizität auf dem Platin sich mit der negativen Elektrizität auf dem Glase durch etwa anwesendes, vermöge der Röntgenstrahlen leitend gemachtes Gas, vereinige, wurde die Glasröhre möglichst gut evakuirt. Zu dem Zwecke wurde sie während des Pumpens mehrere Stunden erhitzt; mit Hülfe einer eingeschmolzenen Platinelektrode wurden dann Entladungen hindurchgelassen. Das Pumpen wurde so lange fortgesetzt, bis überhaupt keine Entladungen mehr durchgingen. Die Glasröhre war in einen Bleikasten eingelegt; dieser besass auf der gegen die Röntgenröhre zugewandten Seite ein mit Stanniol überdecktes Fenster. Der Bleikasten, sowie das Stanniol waren durch angelötete Drähte


Erde
Zinkkasten
Widerstand
Erde
Glasfenster
Siegel-lack
Zinkkasten
Bleischirm
Bleikasten
Erde
Sekundärstrahlenröhre
Stanniolfenster
Fenster
Röntgenröhre
Bleischirm

mit der Erde verbunden. Auf diese Weise war die Röhre vollständig gegen elektrische Wirkungen vom Induktorium geschützt. Zu bemerken ist noch, dass zu Beginn der Versuche die Röhre nur mit Stanniol eingehüllt und durch einen umgelegten Messingdraht mit der Erde verbunden war. Dieser Schutz erwies sich jedoch als ungenügend; es musste desshalb zu der oben beschriebenen Vorrichtung gegriffen werden.

Das Platinblech war, wie gesagt, mit dem einen Quadrantenpaar eines Elektrometers verbunden. Das nämliche Quadrantenpaar war mit Zwischenschaltung eines Widerstandes von ungefähr $4 \cdot 10^9$ Ohm mit der Erde verbunden, während das andere Quadrantenpaar direkt an Erde gelegt war. Auf diese Weise konnte die auf dem Platinblech erzeugte positive Elektrizität durch den Widerstand zur Erde strömen, und es wurde nun die Spannungsdifferenz an den beiden Enden des Widerstandes mit dem Elektrometer gemessen. Diese Spannungsdifferenz bezw. der Ausschlag am Elektrometer war nach dem Ohm'schen Gesetz proportional dem Strom, der durch den Widerstand floss, der wieder, wie unten näher besprochen wird, der Intensität der Röntgenstrahlen proportional war.

Als Widerstandsmaterial wurde zuerst Graphit verwendet. Mit einem Bleistift wurde ein Zickzackstrich auf mattem Glase gezogen und das Glas dann mit Paraffin überzogen. Sehr schwierig war es hierbei, den richtigen Widerstandswert zu erhalten, weil der Widerstand durchaus nicht einfach der Länge proportional war. Zudem änderte sich beim Ueberziehen mit Paraffin der Widerstand nachträglich noch in grossen Grenzen, und beim Gebrauch erwies er sich als sehr veränderlich. Ich nahm desshalb

statt Glas eine Hartgummischeibe, ritzte in diese mit dem Messer eine Furche und verrieb letztere gut mit Graphit. Von einem Paraffinüberzug sah ich ab.

Auch hier gelang es erst nach verschiedenen Versuchen den richtigen Widerstandswert zu erreichen; seine Konstanz war hier etwas grösser; freilich geschah es trotzdem öfters, dass der Widerstand plötzlich versagte, indem der Kontakt aufgehört hatte; u. a. traten auch inducierte *Hertz*'sche Schwingungen als Ursachen der Zerstörung auf. Der Widerstand war nämlich zwecks Messung mit einem im Zimmer aufgehängten Drahte verbunden. In diesem Draht wurden Ströme von anderen Drähten induciert, die ihrerseits zu einem andern Zimmer führten und in der Nähe einer *Tesla*-Schaltung endigten. — Schliesslich wurde ein Widerstand aus Glas gemacht, welcher sich als genügend konstant erwies und bei den letzten Versuchen verwendet wurde. Ein ca. 2 mm. dicker Stab aus blauem Schmelzglas wurde auf zwei Stellen mit Stanniolstreifen belegt; um das Stanniol wurde Messingdraht fest herum gewickelt, und die so erhaltenen Elektroden wurden gegeneinander bis auf etwa 1 mm. Abstand verschoben. Der verbleibende Zwischenraum wurde mit Siegellack überzogen. Es wurden zwei solche Widerstände gemacht, jeder von ungefähr $6 \cdot 10^9$ Ohm. Parallel geschaltet bildeten sie einen Widerstand von $3 - 4 \cdot 10^9$ Ohm, eine Grösse, die bei meinen Versuchen die günstigste war. Dieser Widerstand hatte den Nachteil, dass er bei Temperaturänderungen erhebliche Schwankungen erlitt. Als im Frühling die Temperatur auf 25° oder mehr stieg, sank der Widerstand auf die Hälfte oder sogar auf ein Drittel herunter. Die beiden Widerstände wurden dann umgeschaltet, es wurde bloss der eine benützt, oder unter

Trykt 13. November 1902.

Umständen beide in Reihe geschaltet, so dass ich immer mit einem Widerstand von günstigster Grösse arbeiten konnte.

Bei den Versuchen war die Kenntnis des Absolutwertes des Widerstandes nicht erforderlich. Ich verfuhr nämlich so, dass ich die Ausschläge am Elektrometer bei unmittelbar nacheinander angestellten Beobachtungen verglich; dass sich der Widerstand in der kurzen Zeit nicht erheblich änderte, dafür hatte ich schon in der Konstanz der Ausschläge eine genügende Kontrolle. Uebrigens wurde der Widerstand öfters durch direkte Messung kontrolliert, indem ein Strom von 70 Volt Spannung durch den Widerstand und durch ein geaichtes Galvanometer hindurchgeschickt wurde. 1 Skalenteil (kommutierter Ausschlag) entsprach bei diesem Galvanometer etwa $1{,}5 \cdot 10^{-10}$ Ampère für einen Skalenabstand von 1,5 Meter.

Das Elektrometer besass *Dolezalek*'sche Konstruktion[1]. Die Nadel wurde von einer *Zamboni*'schen Säule geladen. Die Empfindlichkeit wurde oft kontrolliert und erwies sich als befriedigend konstant. Ein Skalenteil entsprach etwa $5{,}3 \cdot 10^{-4}$ Volt bei 1,8 Meter Skalenabstand.

Die Röntgenröhre stammte von Müller-Uri (Braunschweig) für 15—20 cm. Funkenlänge. Der Abstand zwischen dem Focus der Röntgenstrahlen und der Sekundärstrahlenröhre betrug im Allgemeinen 25 cm. Zum Betrieb der Röntgenröhre wurde ein Induktorium mit Platinunterbrecher verwendet; den Primärstrom lieferte eine Batterie von 8 Akkumulatoren. Die Röntgenröhre war mit einem eingeschmolzenen Platin-Palladiumröhrchen zum Regenerieren der Röhre versehen. Anfangs wurde diese Regeneriervorrichtung gar nicht benützt, aber nach mehreren Wo-

[1] Verh. d. D. Phys. Ges. 3, 18—22, 1901.

chen war die Röhre im Gebrauch so hart geworden, dass sie kaum mehr Röntgenstrahlen gab; dann musste die Regeneriervorrichtung häufig in Funktion treten, um die Röhre genügend weich zu erhalten. Es war nämlich bei den Messungen von grosser Bedeutung, dass sich die Röhre auf konstanter Härte erhielt. Die Strahlen, welche eine harte Röhre giebt, werden verhältnissmässig viel weniger absorbiert, als die einer weichen Röhre. Auch ist der absolute Effekt der Strahlen d. h. der Ausschlag am Elektrometer bei verschiedener Härte eine verschiedene; bei einer gewissen Qualität der Strahlen scheint der Effekt ein Maximum zu erreichen, während sowohl die härteren als die weicheren Strahlen einen kleineren Effekt geben. Dies Verhältnis habe ich nicht näher untersuchen können, schon aus dem einfachen Grunde, weil es mir nicht gelang, der Regulierung der Röhre vollständig Herr zu werden. Um die Qualität der Röhre zu beurteilen, wurde parallel zur Röhre ein Funkenmikrometer mit Zinkkugeln von 1 cm. Durchmesser geschaltet. Hiermit wurde die Funkenstrecke in der Parallelleitung gemessen, und diese Länge wurde als ein rohes Maas für die Spannungsdifferenz der Röhren-Elektroden angenommen. Bei den letzten endgiltigen Absorptionsmessungen variierte die Länge der Funken zwischen etwa 3,5 und 4,5 cm.

Während der Vorversuche arbeitete ich mit Spannungen, welche Funken von 2 bis 9 cm. Länge entsprachen.

Ich machte auch einen allerdings vergeblichen Versuch die Regeneriervorrichtung zu verbessern. Auf dem Platin-Palladiumröhrchen wurden zwei Platindrähte befestigt in einer gegenseitigen Entfernung von etwa 1 cm. Diese Drähte dienten als Zuleitungen für einen elektrischen Strom mit

welchem das Röhrchen zum Glühen gebracht werden konnte. Das Röhrchen wurde ausserdem mit einem Stück Glasrohr von ungefähr zwei cm. lichter Weite umgeben. Den Verschluss an den beiden Enden des Glasrohrs bildeten solid angekittete Messinghütchen, durch welche die beiden erwähnten Stromzuleitungen nach aussen geführt waren. Ausserdem war das Glasrohr mit zwei Ansatzröhrchen versehen, durch welche ein Wasserstoffstrom geleitet wurde. Wenn der Raum mit Wasserstoff gefüllt war, wurde das Platin-Palladiumröhrchen durch den Strom geglüht. Ich wollte dann das Röhrchen in Wasserstoff glühen, während ich gleichzeitig den Ausschlag am Elektrometer beobachtete, und zwar so lange glühen, bis sich das Elektrometer mit dem erwünschten Ausschlag eingestellt hatte. Dieser Versuch gelang aber nicht, und es mag das seinen Grund darin haben, dass das Elektrometer sich zu langsam einstellte, oder die Wirkung des Glühens nicht momentan auftrat. Nur so viel ist sicher, dass die Röhre nach einem solchen Process immer viel weicher als erwünscht wurde. Solche unerwünschte Weichheit liess sich dadurch wieder beseitigen, dass das Platin-Palladiumröhrchen mit dem Strom in Luft geglüht wurde. Diese Versuche fanden ihr Ende damit, dass die Röntgenröhre in der Nähe des Platin-Palladiumröhrchens einen Riss bekam, wahrscheinlich infolge zu starken Glühens. Auch eine neue Röntgenröhre wurde nach einiger Zeit des Gebrauches verletzt. Nachdem ich diese repariert und evakuirt hatte, hielt sie sich in den letzten Wochen so gut konstant, dass ich die Regeneriervorrichtung gar nicht zu benutzen brauchte. Während des Auspumpens wurde die Röntgenröhre 7 Stunden auf 200° bis 250° erhitzt und nachher wurden Entladungen abwechselnd in

beiden Richtungen so lange durchgeschickt, bis sich das Vakuum durch die Entladungen nicht mehr verschlechterte.

Um das Elektrometer vor fremden Einflüssen zu schützen, waren Akkumulatoren, Induktorium, Röntgenröhre und die die Sekundärstrahlen erzeugende Röhre in einem Zinkkasten aufgestellt. Ferner musste das Elektrometer vor der direkten Wirkung der Röntgenstrahlen geschützt werden. Zu dem Zwecke war der Zinkkasten innen mit grossen 1 mm. dicken Bleiplatten auf den gegen das Elektrometer zugewandten Stellen bekleidet. Besonders war noch um die Röntgenröhre ein Bleischirm gestellt, welcher gegenüber der Sekundärstrahlenröhre ein kleines Fenster hatte, gerade gross genug, dass das ganze Platinblech von Röntgenstrahlen getroffen wurde. Um das Elektrometer vor der durch die Röntgenstrahlen leitend gemachten Luft zu schützen, war über dasselbe ein zweiter Zinkkasten gestülpt. Ein Spiegelglasfenster in diesem Kasten gestattete den Spiegel auf der Nadel mit dem Fernrohr zu beobachten. Die Tischplatte, auf der das Elektrometer stand, war mit Stanniol belegt; dies war um den untern Rand des Zinkkastens gebogen und an die Wand desselben geklebt. In dieser Weise war das Elektrometer vermöge der Bleiplatten vor direkter Bestrahlung der Röntgenstrahlen und vermöge des aufgestülpten Zinkkastens vor heranziehender Röntgenluft geschützt. Die beiden Zinkkasten waren durch ein etwa 15 cm. langes Metallrohr mit einander verbunden. Durch dieses Rohr war die Leitung von dem Platinblech der Sekundärstrahlenröhre zu dem Elektrometer geführt; die Leitung lag in dem Rohr auf einer Strecke in Siegellack eingebettet. Der Siegellack füllte das Rohr aus und verhinderte somit jede Kommunikation von Luft zwischen den

beiden Kästen. Dass die Schutzeinrichtungen genügend waren, wurde erprobt, indem die Röntgenstrahlen von dem Platinblech durch eine 1 mm. dicke Bleiplatte abgeblendet wurden. Das Elektrometer gab dann keinen Ausschlag.

Von dem Platz am Elektrometer aus konnte das Induktorium in Gang gesetzt werden, und der Ausschlag von der Ruhelage aus wurde beobachtet. Das Elektrometer stellte sich langsam ein, die Nadel wanderte aus der Ruhelage erst schnell, dann langsamer zu der endgiltigen Stellung hin. Es dauerte unter Umständen eine halbe Minute oder länger, bis sich die Nadel eingestellt hatte. Nachdem die Bestrahlung bei der Abstellung des Induktoriums aufgehört hatte, wanderte die Nadel nach demselben Gesetz zu der Ruhelage zurück. Diese langsame Bewegung ist wohl erklärlich, wenn man bedenkt, dass der Ausschlag von einer Spannung bedingt ist, die sich erst allmählich ausbildet, je nachdem sich die Elektrizität auf dem Platinblech vermöge der Bestrahlung entwickelt. Es sei die pro Sekunde auf dem Platinblech entwickelte Elektrizitätsmenge I. Diese Menge wird zunächst die Gesammt-Capacität C des Platinbleches, des Elektrometers und des dieselben verbindenden Leitungsdrahtes auf das Potential V laden. Dies Potential wächst allmählich, und unterdessen fliesst durch den Widerstand w ein Strom $\frac{V}{w}$ zur Erde. Es besteht dann offenbar die folgende Gleichung, indem t die Zeit bezeichnet:

$$I\,dt = \frac{V}{w}\,dt + C\,dV.$$

Hier ist I als eine Konstante anzusehen. Wenn zur Zeit $t = 0$ $V = 0$ ist, giebt diese Gleichung das Integral:

$$t = C\,w \text{ log nat } \frac{Iw}{Iw - V}.$$

Bei meinen Versuchen war im Allgemeinen $w = 4 \cdot 10^9$ Ohm $= 4 \cdot 10^{18}$ elektromagnetische Einheiten. Ich schätze die Capacität auf etwa 1000 elektrostatische Einheiten $= 1000 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-20}$ elektromagnetische Einheiten, also $C\,w = \frac{40}{9}$ Sek. Nachdem der stationäre Zustand eingetreten ist, strömt die ganze Elektrizitätsmenge durch den Widerstand zur Erde, dann ist $Iw = V$. Bis der Ausschlag 95 pct. von dem endlichen Betrage erreicht hat, d. h. bis $\frac{Iw}{Iw - V} = \frac{100}{100 - 95} = 20$ erreicht hat, wird, indem log nat $20 = 3{,}0$ ist, eine Zeit verlaufen:

$$t = \frac{40}{9} \cdot 3 = 13 \text{ Sek.}$$

Aber wahrscheinlich wirkt noch ein anderer Umstand verzögernd auf die Einstellung der Nadel. Es scheint, dass sich die Röntgenröhre beim Gebrauch ändert, und zwar so, dass der Effekt der Strahlen anfänglich wächst und sein Maximum erst nach einiger Zeit (etwa eine halbe Minute) erreicht. Nachdem das Maximum erreicht ist, ändert sich die Röhre weiter, indem der Effekt der Strahlen sich verringert. Um diese Schwankungen an der Röhre möglichst zu vermeiden, bestrebte ich mich, die Röhre möglichst wenig anzustrengen. Um die Einstellungszeit zu verkürzen, wählte ich den Widerstand so klein, wie es nur möglich war, um noch genügend grosse Ausschläge zu bekommen.

Der Strom war im Allgemeinen von der Grösse $1 \cdot 10^{-11}$ Ampère. Die Empfindlichkeit des Elektrometers hatte ich möglichst gesteigert, 1 Skalenteil entsprach $5{,}3 \cdot 10^{-4}$ Volt.

Um einen Ausschlag von 100 Skalenteilen zu erhalten, musste also der Widerstand

$$\frac{100 \cdot 5{,}3 \cdot 10^{-4}}{10^{-11}} = 5{,}3 \cdot 10^{9} \text{ Ohm}$$

sein.

Es erwies sich als ungünstig mit grösseren Ausschlägen bzw. grösseren Widerständen zu arbeiten, weil dann die Einstellung zu langsam erfolgte. Wegen der Schwankungen des Widerstandes hatte ich nicht immer bei voller Bestrahlung einen Ausschlag von 100 Skalenteilen. Er lag bei den verschiedenen Versuchen zwischen 40 und 120, am häufigsten zwischen 60 und 80.

Auch die nach einem Ausschlag folgende Einstellung der Nadel in die Ruhelage geschah langsam; dies ist leicht verständlich, weil ja die Ladung des Elektrometers durch den grossen Widerstand zur Erde abfliessen musste. Die Nullage der Nadel war nicht immer so gut, wie zu wünschen gewesen wäre. Der Nullpunkt wanderte manchmal während der Messungen entweder nach der einen oder nach der andern Richtung und änderte sich in einer Stunde unter Umständen um 10 Skalenteile oder mehr. Manchmal war aber auch die Nullage konstant.

Ein Absorptionsversuch wurde in folgender Weise angestellt: Zuerst wurde der Ausschlag bei voller Bestrahlung beobachtet. Dann wurde der Ausschlag beobachtet, wenn die Strahlen durch eine Platte von irgend einer Substanz passierten. Dann wurden diese beiden Beobachtungen noch einmal in derselben Reihenfolge gemacht. Stimmten dann die Zahlen so gut wie sich erwarten liess, überein, so wurde der Absorptionscoefficient ausgerechnet. Stimmten die Zahlen nicht überein, so wurden die Beobachtungen wiederholt bis

sich eine befriedigende Uebereinstimmung ergab. Um die Absorption in nacheinander folgenden Schichten einer Substanz zu messen, wurde eine Reihe von Platten aus der betreffenden Substanz verwendet. Es wurde der Ausschlag beobachtet, wenn die Strahlen keine, eine, zwei u. s. w. Platten passierten. Der Vorgang lässt sich am besten durch ein Beispiel erläutern. Ich hatte 5 Platten aus Platin, deren Dicke ich durch Wägung ermittelt hatte. Die Platten waren nummeriert 1, 2, 3, 4, 5. Ich gebe unten die Beobachtungen an. In der ersten Reihe ist die jeweilige Anzahl der Platten angegeben, in der zweiten Reihe die beobachteten Ausschläge (in mm.):

0	1	0	1	2	1	2	3	2	3	4	3	4	5	4	5
63,2	40	61	40	28	43	28	21	27	19	15	19,5	14,2	11,3	14	10,8

Die Nullage der Nadel schwankte während dieser Beobachtungen über 10 Skalenteile.

Die Funken wurden vor der ersten, sechsten und elften Beobachtung gemessen und waren bezw. 4,2, 4,6, 4,2 cm.

Die Dicke der Platten d war für

No.	1	2	3	4	5	
d =	493	518	480	517	476	$\times\ 10^{-6}$ cm.

Unter Absorptionskoefficient verstehe ich den Koefficienten q' in dem Verhältnis $e^{-q'd}$, welches mir angiebt, wie die Intensität der Strahlen geschwächt wird, wenn sie eine Strecke d durcheilen.

Der Absorptionskoefficient wird dann nach der bekannten Formel:

$$q' = \frac{\log\ \text{nat}\ I_o - \log\ \text{nat}\ I}{d}$$

$$= \frac{2{,}30 \cdot (\log\ I_o - \log\ I)}{d}$$

berechnet, wo I_o und I die Intensitäten bezw. vor und hinter der Platte bezeichnen.

Bei der Berechnung des Absorptionskoefficienten aus den obigen Beobachtungen setzte ich für die erste Platte $I_o = (63{,}2 + 61) : 2 = 62{,}1$, $I = (40 + 40) : 2 = 40$, $d = 493 \cdot 10^{-6}$. Das ergiebt $q'_1 = 890$. Für die zweite Platte: $I_o = (40 + 43) : 2 = 41{,}5$, $I = 28$, $d = 518 \cdot 10^{-6}$ cm. d. h. $q'_2 = 760$ u. s. w.

Die Beobachtungen geben also:

890, 760, 660, 540, 510

als Werte des Absorptionskoefficienten in den 5 nacheinander folgenden Schichten. Die beiden letzten Zahlen haben wenig Wert, da sie aus Ausschlägen, welche 15 Skalenteile und weniger betragen, berechnet sind. Wenn die absorbierende Schicht so dick wird, dass nur noch 30 % oder weniger von der Strahlungsintensität durchgelassen wird, werden überhaupt die Messungen unsicher.

Beobachtungsresultate.

Um zu entscheiden, ob die Ausschläge am Elektrometer proportional der Intensität der Strahlung waren, wurden die Ausschläge bei verschiedenen Abständen zwischen Röntgenröhre und Sekundärstrahlenröhre beobachtet. Bei einem Versuche waren die Abstände 25 und 50 cm., die Ausschläge 64,6 und 18,2 (Mittel aus je 4 Beobachtungen). Bei einem andern Versuch waren die Abstände 25, 35, 55,

65 cm., die Ausschläge 161, 86, 37, 24. Während die Quadrate der Abstände sich verhalten umgekehrt wie

1 : 1,96 : 4,84 : 6,77,

verhalten sich die Ausschläge wie

1 : 1,88 : 4,36 : 6,72.

Der Mangel an Uebereinstimmung darf wohl auf Versuchsfehler zurückgeführt werden.

Absorptionsmessungen.

Es wurde die Absorption in Metallen, Salzlösungen, Gasen, Dämpfen und einigen anderen Körpern untersucht. Die Strahlen einer harten Röntgenröhre wurden immer weniger absorbiert als die einer weichen. Wenn die Absorption in aufeinander folgenden Schichten eines Körpers gemessen wurde, nahm der Absorptionskoefficient, wie die unten mitgeteilten Resultate zeigen, mit zunehmender Dicke immer ab. Die Strahlen verhielten sich also immer als ein Gemisch von mehr und weniger absorbierbaren Strahlen. Der Absorptionskoefficient nahm mit der Schichtdicke nicht gleichmässig ab. Wenn die Absorptionskoefficienten als Ordinaten, die Schichtdicken als Abscissen in ein Diagramm eingetragen wurden, ergaben sich Kurven, welche weder gerade Linien noch Exponentialkurven waren. Versuche mit Lösungen gaben ein ähnliches Resultat: Der Absorptionskoefficient eines gelösten Körpers wuchs bei zunehmender Koncentration nicht in demselben Verhältnis wie die in der Volumeneinheit gelöste Menge.

4 Lösungen von Bleinitrat enthielten: 25, 50, 75, 100 gr. pro Liter Wasser.

Die Durchlässigkeit der Lösungen wurde mit der des Wassers (in einer Schicht von 0,47 cm. Dicke) verglichen, und daraus der Absorptionskoefficient des aufgelösten Salzes (bezogen auf cm. der Lösung) berechnet:

Koncentration.....	25,	50,	75,	100	gr. pr. L.
Absorptionskoeffic.....	0,69,	1,26,	1,75,	2,40.	

Während die Koncentrationen sich verhielten wie 1 : 2 : 3 : 4, verhielten sich die Absorptionskoefficienten wie 1 : 1,83 : 2,53 : 3,47.

Ich will nun die einzelnen Resultate der Absorptionsversuche besprechen.

Während der Vorversuche war die Röntgenröhre, wie früher gesagt, sehr veränderlich und ich konnte dann die Absorption sowohl für harte, wie für weiche Strahlen messen. Indessen sind die Messungen, welche ich vornahm, nicht so einwandfrei wie die letzten, weil ich anfangs infolge mangelnder Erfahrung noch nicht unter den günstigsten Bedingungen, speciell mit dem vorteilhaftesten Widerstand arbeitete.

Als ich nachher zu den endgiltigen Messungen überging, hatte ich inzwischen die Röntgenröhre ausgepumpt; die Folge dieses Auspumpens war, dass sich die Röhre während des späteren Gebrauches konstant erhielt, und es fehlte mir dann die Gelegenheit die Absorption von Strahlen verschiedener Qualität zu vergleichen. Während dieser letzten Periode entsprach die Spannung an der Röntgenröhre einer Funkenlänge von 3,5 bis 4,5 cm. Die Messungen, die ich mit der härteren Röhre gemacht habe, können deshalb nur insofern einen Wert besitzen, als sie *qualitativ* einen Aufschluss über den Unterschied in dem Durchdringungsvermögen harter und weicher Strahlen geben.

Bei den einzelnen Substanzen gebe ich an: die Dicke (d cm.) der benützten Platten, die Spannung der Röntgenröhre, durch die Länge s cm. der Funken am parallel geschalteten Funkenmikrometer gemessen, und die Absorptionskoefficienten bezogen auf cm.

Kupfer:

d = 0,00659		0,00673 cm.	
q' = 150		99	s = 3,7 — 4,0 cm.
q' = 106		86	s = 5,5 — 6

Aluminium:

d = 0,104	0,109	0,212 cm.	
q' = 5,5	4,7	3,5	s = 3,5 — 3,7
q' = 4,3	2,6	2,2	s = 6 — 7

Platin:

d = 0,000493	518	480 cm.	
q' = 1030	1090[1]	530[1]	s = 3 — 3,6
q' = 890	760	660	s = 4,2 — 4,6
q' = 640	530	480	s = 4,8 — 6,5

Bei Messungen in noch weiteren Schichten habe ich eine weitere Abnahme des q' beobachtet, bis auf etwa 320 bei harten Strahlen; aber diese Messungen sind aus den früher erwähnten Gründen weniger zuverlässig.

Silber:

d = 0,00446	0,00457 cm.	
q' = 230	190	s = 3,3
q' = 220	150	s = 6

Die Messungen in der zweiten Schicht sind unsicher, weil hier schon die erste Schicht bei den weicheren Strahlen etwa 65 % absorbiert hat.

Blei: Die Platte war 0,0085 cm. dick und absorbierte 95,7 % bei s = 3,5. Das giebt q' = 370, welcher Wert wegen der starken Absorption unsicher ist. Aus der Absorp-

[1] Wahrscheinlich Versuchsfehler.

tion durch Bleinitrat lässt sich q' für Blei mit grösserer Zuverlässigkeit berechnen. Ich fand in dieser Weise bei einer Koncentration, welche eine Bleiplatte von 0,00514 cm. Dicke entsprach, $q' = 375$ bei $s = 3{,}4$.

Aus der Absorption in den auf S. 19 erwähnten Bleinitratlösungen lässt sich auch der Absorptionskoefficient für das Blei berechnen. Die Berechtigung einer solchen Berechnungsweise wird unten näher besprochen.

Die Lösungen wurden in einer Schicht von 0,47 cm. Dicke untersucht. Diese Schicht entspricht für die Koncentrationen 25, 50, 75, 100 gr. $Pb\ (NO_3)_2$ pr. Liter Bleischichten von der Dicke resp. 1, 2, 3, 4 mal 0,000675 cm. Wenn ich dann q' für die aufeinanderfolgenden Schichten von dieser Dicke berechne, ergiebt sich $q' = 480$, 390, 340, 450. Hier liegt sicherlich ein Versuchsfehler bei der letzten Zahl vor. Aber die Werte sprechen jedenfalls dafür, dass der beim Metall gefundene $q' = 370$ angenähert richtig sei.

Zink:

$d = 0{,}0102$ cm.
$q' = 130$ $\qquad s = 4 - 4{,}5$

Nickel:

$d = 0{,}0162$ cm.
$q' = 110$ $\qquad s = 4$

Unsicher, weil die Platte zu dick war.

Eisen:

$d = 0{,}0152$ cm.
$q' = 95$ $\qquad s = 3{,}7$

Zinn:

$d = 0{,}00458$	497 cm.	
$q' = 140$	120	$s = 3{,}7 - 3{,}9$

Gold:

$d = 0{,}000196$	407	394 cm.	
$q' = 1490$	1120	910	$s = 3{,}8 - 4$

Quecksilber: Stanniol von etwa 0,004 cm. Dicke wurde auf einer dünnen Holzplatte geklebt und dann amalgamiert. Aus der Gewichtszunahme und dem Flächeninhalt des Stanniols wurde die Dicke der Quecksilberschicht berechnet. Versuche mit drei verschiedenen amalgamierten Stanniolen ergaben für Quecksilber die Werte 590, 340 und 400 bei s etwa 3,5. Die berechnete Dicke der Quecksilberschicht war bei den drei Versuchen resp.

0,000906, 0,001038 und 0,00127 cm.

Bei einem andern Versuch wurde die Absorption in einer Lösung von salpetersaurem Quecksilberoxyd, welche pr. L. 50,9 gr. Quecksilber enthielt, bestimmt. Eine Schicht von 0,47 cm. der Lösung entsprach einer Quecksilberschicht von 0,00176 cm. Dicke. Mit dieser Lösung wurde $q' = 550$ bei $s = 3{,}5$ gefunden. Ein ähnlicher Versuch mit Quecksilberchloridlösung, welche mit einer Chlorwasserstofflösung von demselben Chlorgehalt verglichen wurde, ergab für Quecksilber $q' = 600$ bei $s = 3{,}4$. Diese mit Hülfe der Lösungen ermittelten Werte dürfen als zuverlässiger angesehen werden, als die aus der Absorption in Amalgam ermittelten.

Kohlenstoff: Es wurden Kohlenstücke von der Art, wie sie in galvanischen Elementen verwendet werden, untersucht:

$d =$	0,79	0,29	0,99 cm.	
$q' =$	0,73	0,50[1]	0,64	$s = 4 - 4{,}2$

Schwefel wurde in Platten gegossen. Die Unebenheiten, welche auf der oberen Fläche durch die Krystallisation sich bildeten, wurden mit dem Messer so gut wie möglich beseitigt.

[1] Versuchsfehler.

$d = 0{,}275$ cm.
$q' = 5{,}7$ $\quad s = 3{,}8$

Paraffin:

$d = 1{,}62$	1,63	1,61 cm.	
$q' = 0{,}272$	0,263	0,266	$s = 4{,}1$

Wasser:

$d = 1{,}23$	1,40 cm.	
$q' = 0{,}54$	0,48	$s = 2{,}2 - 2{,}3$
$q' = 0{,}52$	0,46	$s = 3{,}6 - 4$

Wasserstoffgas. Ein rechteckiger Kasten aus Karton wurde mit einem rasch hindurchfliessenden Wasserstoffstrom gefüllt; die Ausschläge am Elektrometer wurden beobachtet, wenn die Strahlen einmal durch den gasgefüllten Kasten, das zweite Mal durch einen ähnlichen luftgefüllten Kasten hindurchgingen. Die Weglänge der Strahlen in Wasserstoff betrug 31,7 cm. Der Ausschlag am Elektrometer war 26 Skalenteile. Ich konnte keinen Unterschied in der Durchlässigkeit bei Luft und bei Wasserstoff beobachten.

Flüssige Luft wurde in einen Kasten aus Karton gefüllt, welcher mit etwas Baumwolle umwickelt war. Ich fand bei einem Versuch:

$d = 1{,}85$ cm.
$q' = 0{,}44$ $\quad s = 5{,}0$

Bei einem anderen Versuch:

$d = 4{,}5$ cm.
$q' = 0{,}37$ $\quad s = 4{,}9$

Nach *Dewar* hat flüssige Luft die Dichte 0,91. Verhalten sich die Absorptionskoefficienten wie die Dichten, so darf also der Absorptionskoefficient der gasformigen Luft bei Atmosphärendruck etwa

$$0{,}4 \cdot \frac{0{,}0013}{0{,}91} = \frac{0{,}4}{700} = 0{,}00057^{1} \text{ sein.}$$

Quecksilberdampf. Bei Untersuchung von Dämpfen war es schwierig, ein geeignetes Gefäss für dieselben zu finden. Es können wohl nur Glaskolben in Betracht kommen. Aber das Glas absorbiert an und für sich so viel (ein gewöhnlicher dünnwandiger Glaskolben absorbiert schon 50 % oder mehr), dass die durchgelassene Intensität für eine einigermassen genaue Messung zu klein wird. Ich benutzte einen Glaskolben, dessen äusserer Durchmesser 7,98 cm. betrug, und welcher vor einem in einem Bleischirm ausgeschnittenen runden Fenster von 3 cm. Durchmesser aufgestellt war. Wegen der runden Form des Kolbens liess sich natürlich die Weglänge der Strahlen in Dampf nicht genau ausmessen. Wenn ich den Weg der Strahlen durch den kugelförmigen Kolben konstruierte, ergab sich, dass die Weglänge etwa 10 % kleiner war als der Durchmesser des Kolbens. Die Wanddicke des Kolbens war etwa 1 mm. Die Weglänge würde dann 7,0 cm. sein. Das Quecksilber wurde mit einem grossen Bunsenbrenner zum Kochen gebracht und die Ausschläge, die sich zeigten, wenn die Strahlen den mit Luft und wenn sie den mit Dampf gefüllten Kolben passierten, mit einander verglichen.

Der Versuch gab $q' = 0{,}103$ bei $s = 3{,}8$ cm.

Ein Versuch mit einem andern Kolben mit äusserem Durchmesser von 8,05 cm. ergab $q' = 0{,}093$ bei $s = 3{,}4 - 4{,}5$ cm.

---

[1] *Rutherford* und *McClung* haben bei bolometrischen Messungen 0,000279 gefunden. Proc. Roy. Soc. 67, 5245, 1900. Journ. de Phys. 1902, pag. 399.

Trykt 13. November 1902.

Da die Dichte des Quecksilberdampfes = 7,0 (Luft = 1) ist, so hat ein ccm. Quecksilberdampf bei 360° und Atmosphärendruck das Gewicht $7{,}0 \cdot \frac{0{,}0013}{1+\frac{360}{273}} = 0{,}00393$ gr., d. h. $\frac{1}{3470}$ mal das Gewicht von 1 ccm. flüssigem Quecksilber. Für den Absorptionskoefficient des Quecksilbers in flüssiger Form ergiebt sich aus den besten Versuchen (mit Lösungen) $q' = 550$ und $q' = 600$.

Verhielten sich die Absorptionskoefficienten wie die Dichten, so würde für Quecksilberdampf $q' = \frac{575}{3470} = 0{,}166$ zu erwarten sein. Dass die Versuche kleinere Werte (0,103 und 0,093) ergeben haben, lässt sich wenigstens zum Teil dadurch erklären, dass beim Versuch mit Dampf die Strahlen, deren Absorption gemessen wurden, auch durch die beiden Wände des Glaskolbens hindurchgegangen waren, wobei die am stärksten absorbierbaren Strahlen schon im Glas zurückgehalten wurden.

Ioddampf wurde auch untersucht, und zwar in derselben Weise wie Quecksilberdampf. Zwei Versuche ergaben für q' die Werte 0,081 und 0,099 bei $s = 3{,}6 - 4{,}3$.

In der folgenden Tabelle sind einige der Absorptionskoefficienten zusammengestellt, welche mit der Röntgenröhre bei einer Spannung entsprechend ungefähr 4 cm. Funkenlänge gemessen sind. Wo der Absorptionskoefficient in mehreren Schichten gemessen ist, wird der grösste und der kleinste Wert angegeben. Die kleinsten Werte sind nicht als Minima anzusehen, aber als die kleinsten Werte, die sich unter den Versuchsbedingungen einigermassen mit Sicherheit messen liessen.

Kupfer	150 — 99
Aluminium	5,5 — 3,5
Platin	890 — 660
Silber	230 — 190
Blei	370?
Zink	130
Nickel	110?
Eisen	95
Zinn	140 — 120
Gold	1490 — 910
Quecksilber	570?
Kohlenstoff	0,73 — 0,64
Schwefel	5,7
Paraffin	0,272 — 0,266
Wasser	0,52 — 0,46
Flüssige Luft	0,44 — 0,37

Bei der Untersuchung der Absorption in Flüssigkeiten wurden 3 rechteckige Holztröge benutzt. Die Wände waren aus 2 mm. dicken Cigarrenkastenbrettern gebildet. Um die Tröge wasserdicht zu machen, wurden sie in Paraffin gekocht. Die Weglängen der Strahlen in der Flüssigkeit waren bei den 3 Trögen 0,47, 1,23 und 2,63 cm. Bei stärker absorbierenden Flüssigkeiten wurde der kleinste Trog benützt.

Während bei Salzsäure und Schwefelsäure eine erheblich grössere Absorption beobachtet wurde als bei Wasser, konnte ich bei Salpetersäure, welche pro Liter 300 gr. HNO_3 enthielt im Absorptionskoefficienten keinen Unterschied von dem des Wassers beobachten. Diese Eigenschaft habe ich verwertet, um die Absorptionskoefficienten einiger Metalle in Lösung zu untersuchen.

Ich wollte zunächst untersuchen, ob ein Metall in festem Zustande dasselbe Absorptionsvermögen hat, wie wenn es sich in einer chemischen Verbindung in Wasser

gelöst befindet. Es wurde eine Lösung von Silbernitrat bereitet, welche, in den Holztrog gefüllt, genau so viel Silber pro qcm. der Fläche des Troges enthielt, wie eine Silberplatte von 0.00446 cm. Dicke. Es wurde der Ausschlag beobachtet, einmal wenn die Strahlen durch die Lösung gingen, und dann, wenn die Strahlen durch das Wasser und die Silberplatte gingen. Der Aussshlag war in beiden Fällen derselbe. Während die Strahlung durch Wasser einen Ausschlag von 108 Skalenteilen hervorbrachte, war der Ausschlag bei der Kombination Wasser + Silberplatte, sowie bei der Lösung von Silbernitrat 39. Die Salpetersäure kommt bei diesem Versuch nicht in Betracht, da ihre Absorption, wie oben erwähnt, von derselben Grösse wie die des Wassers ist.

Aus diesem Versuch geht hervor, dass das Silber in der Silbernitratlösung gleichviel wie eine gleiche Silbermenge in festem metallischem Zustand absorbiert. Versuche mit Blei gaben für dies Metall ein ähnliches Resultat. Die Versuche bestätigen, was schon von mehreren Forschern gefunden ist, dass das Absorptionsvermögen eines Körpers von dessen Aggregatzustand und chemischen Zustand unabhängig ist. Ich habe das Resultat benützt, um den Absorptionskoefficienten einiger Metalle zu bestimmen.

Um die Absorption eines Körpers in einer Lösung zu messen, beobachtete ich die Ausschläge (I_1 und I_2) am Elektrometer, wenn die Strahlen durch den mit Wasser bezw. Lösung gefüllten Holztrog gesandt wurden. Dann wird der Absorptionskoefficient des Körpers in der Lösung

$$q' = \frac{\log \text{nat } I_1 - \log \text{nat } I_2}{d}$$

sein. Eigentlich müsste hier eine Korrektion angebracht

werden, weil in einem gewissen Volumen der Lösung sich nicht ein gleiches Volumen Wasser befindet. Diese Korrektion kann aber, wie eine einfache Rechnung zeigt, vernachlässigt werden.

Bezeichnet nämlich q_0' den Absorptionskoefficienten für Wasser, und bedeutet I_0 die Intensität der Strahlen, welche das Wasser treffen, so ist

$$I_1 = I_0 \, e^{-q_0' d}.$$

Enthält 1 ccm. der Lösung p gr. des Körpers gelöst, und ist die Dichte der Lösung s, so enthält 1 ccm. der Lösung $(s - p)$ gr. Wasser. Gingen nun die Strahlen zunächst durch $(s - p)\, d$ cm. Wasser, würden sie einen Ausschlag

$$I' = I_0 \, e^{-q_0' (s-p)\, d}$$

geben. Gingen sie nachher durch den im Wasser gelösten Körper, kann man annehmen, dass sie denselben Ausschlag I_2 geben würden, wie wenn sie durch die Lösung gingen. Denken wir uns den Körper auf einer gleichen Strecke d verteilt, und bezeichnet q' den Absorptionskoefficienten, so wird also

$$I_2 = I' \, e^{-q' d}.$$

Aus den drei Gleichungen lassen sich I_0 und I', welche nicht beobachtet sind, eliminieren und man findet

$$I_2 = I_0 \, e^{-q_0' (s-p)\, d - q' d}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = e^{q_0' (s-p)\, d + q' d - q_0' d}$$

$$\log \text{nat } I_1 - \log \text{nat } I_2 = q_0' (s - p)\, d + q' d - q_0' d$$

$$= q_0' (s - p - 1)\, d + q' d$$

$$q' = \frac{\log \text{nat } I_1 - \log \text{nat } I_2}{d} + (1 + p - s)\, q_0'.$$

Die Methode lässt sich überhaupt nur anwenden, wenn q' und q'_o erheblich verschieden sind, und zwar wird im allgemeinen q'_o klein gegen q' sein. Da ferner im allgemeinen $1 + p - s$ ein sehr kleiner Bruch ist (z. B. ist bei einer 20 proc. Lösung von Bleinitrat $1 + p - s = 0{,}01$), kann das Korrektionsglied einfach vernachlässigt werden.

So verfuhr ich, um die oben erwähnten Absorptionskoefficienten für Blei und Quecksilber zu ermitteln.

Das Benoist'sche Absorptionsgesetz.

Benoist definiert als das Durchlässigkeitsäquivalent E die in Decigrammen ausgedrückte Masse eines Prismas von 1 qcm. Grundfläche, welches in der Richtung seiner Axe bei Röntgenstrahlen einer bestimmten Qualität dieselbe Absorption erzeugt, wie ein 75 mm. hohes Paraffinprisma.

Es sei die Höhe des Prismas d cm., das specifische Gewicht des betreffenden Körpers s, dann ist also

$$E = 1 \cdot d \cdot s \cdot 10.$$

Wenn q' und q'_p die Absorptionskoefficienten (auf cm. bezogen) des Körpers, bezw. des Paraffins bezeichnen, und wenn ferner eine gleiche Strahlenmenge I_o auf beiden Prismen fallen, so wird durch das Paraffinprisma eine Menge

$$I_o \, e^{-q'_p \cdot 7{,}5}$$

und durch das Prisma des anderen Körpers

$$I_o \, e^{-q' d}$$

durchgelassen. Nun wird nach *Benoist* d so gewählt, dass die durchgelassenen Strahlenmengen gleich sind

$$I_o \, e^{-q'_p \cdot 7{,}5} = I \, e^{-q' d},$$

d. h.

$$q'_p \cdot 7{,}5 = q' d.$$

Mithin ist:

$$E = \frac{75 \cdot s \cdot q'_p}{q'}.$$

Bei der Messung von q'_p habe ich ein Paraffinprisma von 3,2 cm. Höhe verwendet und damit $q'_p = 0{,}27$ gefunden. Mit diesem Wert von q'_p wird also

$$E = 20{,}25 \frac{s}{q'}.$$

In der folgenden Tabelle sind die von *Benoist* angegebenen Werte von E[1] neben denen aus meinen Absorptionskoefficienten[2] berechneten Werten nebeneinander gestellt:

	E nach *Benoist*	$20{,}25 \frac{s}{q'}$
Kohlenstoff	70	70
Aluminium	21	15
Schwefel	11,3	7,4
Eisen	2,7	1,7
Nickel	2,7	1,6
Kupfer	2,5	1,8
Zink	2,4	1,1
Silber	1,14	1,1
Zinn	1,14	1,2
Platin	0,92	0,66
Gold	0,72	0,43
Quecksilber	0,92	0,48
Blei	0,92	0,62

Wie man sieht, scheint in grossen Zügen eine gewisse Uebereinstimmung zu herrschen, obwohl die Zahlen im einzelnen gar nicht gut übereinstimmen. Zum Teil lassen sich vielleicht die Abweichungen aus dem Umstand erklären, dass bei den *Benoist*'schen Versuchen die Absorption weiter getrieben ist als bei den meinigen. *Benoist* hat die Durchlässigkeit durch 7,5 cm. Paraffin untersucht. Ich habe mit

[1] Journ. de Phys. (3) 10, 653—668, 1901. Die Zahlenwerte habe ich durch Messung der Ordinaten in der Kurve ermittelt.

[2] Die kleinsten Werthe in der Tabelle pag. 27.

dünneren Schichten gearbeitet. Schon eine Paraffinschicht von 4,8 cm. absorbierte ca. 70 % von der Intensität; wenn aber die durchgelassene Intensität auf 30 % oder weniger herabgesetzt wurde, erwiesen sich die Messungen wegen der Kleinheit der Ausschläge so unsicher, dass die Messungen minderwertig wurden und deshalb nicht in Betracht genommen sind.

Die Wellenlänge der Röntgenstrahlen.

Kurz nach der Entdeckung der Röntgenstrahlen wurde von mehreren Seiten darauf aufmerksam gemacht, dass die Strahlen sich vielleicht als eine Art Lichtstrahlen von kleiner Wellenlänge auffassen liessen. Auch erinnerte man an die *Ketteler*'sche und *Helmholtz*'sche Dispersionstheorien, die direkt zu der Konsequenz führen, dass Lichtwellen von sehr kurzer Wellenlänge einen Brechungsexponenten gleich 1 haben und auch wenig absorbiert werden müssten. Auf Grund der Annahme, dass die Röntgenstrahlen transversale Aetherwellen mit sehr kurzer Wellenlänge wären, wurde ihre Wellenlänge berechnet. Indessen mussten diese Berechnungen aus dem Grunde unsicher werden, weil sie sich wesentlich auf dem Wert des Brechungsexponenten aufbauten. Nachdem nun jedoch die Absorptionskoefficienten experimentell bestimmt worden sind, lässt sich die Rechnung auf einer etwas sichereren Grundlage ausführen.

v. Helmholtz[1] betrachtet ebene elektromagnetische Wellen, welche sich in einem absorbierenden Medium fort-

[1] *H. v. Helmholtz*, Vorlesungen über die elektromagnetische Theorie des Lichtes. Herausgegeben von *Arthur König* und *Carl Runge*. Hamburg und Leipzig 1877. Pag. 315 ff.

pflanzen. Die Absorption denkt er sich folgendermassen hervorgebracht: Die Substanz besteht aus Atomen, welche elektrisch entgegengesetzt geladen sind. Die Ladung einer jeden Valenz in jedem Atom ist gleich gross, und in einem elektrisch neutralen Körper entspricht immer jedem positiv geladenem Atom ein gleich stark negativ geladenes. Diese elektrischen „Jonenpaare" haben ein auf die Volumeinheit bezogenes Moment, dessen Komponente mit $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ bezeichnet werden. Vermöge der oscillierenden elektrischen Kräfte des Aethers, werden auch die elektrischen Momente der Jonenpaare oscillieren. Aber diese Oscillationen werden durch die Trägheit der schweren Atome, welche sich bewegen, beeinflusst; ausserdem findet wärmeentwickelnde Reibung statt. Infolgedessen werden die Aetherwellen unter Umständen absorbiert; dabei treten die Erscheinungen der Dispersion ein, d. h. die optischen Konstanten werden Funktionen der Wellenlänge.

Es wird nun eine Welle betrachtet, welche sich in der Richtung der X-Axe fortpflanzt. Die elektrischen Schwingungen finden in der Richtung der Y-Axe, die magnetischen in der Richtung der Z-Axe statt. Die elektrischen Momente werden gesetzt

$$\mathfrak{Y} = B \cdot e^{i n (t + p x)}$$

$$\mathfrak{X} = \mathfrak{Z} = 0,$$

wo n die Anzahl der Schwingungen in 2π Sekunden, und p die Zeit, in der die Bewegung um die Strecke 1 fortschreitet, bedeuten. p darf auch komplexe Werte haben.

Für die magnetischen Momente wird gesetzt:

$$\mathfrak{N} = C \cdot e^{i n (t + p x)}$$

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{M} = 0$$

und für die elektrischen Momente der Jonen

$$\mathfrak{y} = b \cdot e^{i n (t + p x)}$$

$$\mathfrak{x} = \mathfrak{z} = 0.$$

Die *Maxwell*'schen Gleichungen geben dann:

$$A \cdot \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mathfrak{Y} - \mathfrak{y}}{\varepsilon} \right)$$

$$A \cdot \frac{\partial (\mathfrak{Y} + \mathfrak{y})}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mathfrak{N}}{\mu} \right).$$

Hiezu kommt die Bewegungsgleichung der Jonen:

$$\mathfrak{Y} = a^2 \mathfrak{y} + m \frac{\partial^2 \mathfrak{y}}{\partial t^2} + k \frac{\partial \mathfrak{y}}{\partial t}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem durchsichtigen Medium ist nun, wenn keine beweglichen und verschiebbaren elektrisch geladenen Jonen in ihm lägen,

$$\mathfrak{C}_0 = \frac{1}{A \sqrt{\varepsilon \mu}}.$$

Betrachtet man nur die Wellen, die sich in positiver Richtung fortpflanzen, so lässt sich aus den gegebenen Gleichungen ableiten:

$$p = - \frac{1}{\mathfrak{C}_0} \sqrt{\frac{a^2 - m n^2 + 1 + k \cdot i \cdot n}{a^2 - m n^2 - 1 + k \cdot i \cdot n}}.$$

Um das reelle und imaginäre zu trennen wird gesetzt:

$$(1) \quad \begin{cases} a^2 - m n^2 + 1 = \varrho_0 \cos \Theta_0 & k n = \varrho_0 \sin \Theta_0 \\ a^2 - m n^2 - 1 = \varrho_1 \cos \Theta_1 & k n = \varrho_1 \sin \Theta_1. \end{cases}$$

Dann lässt sich p in der Form bringen:

$$p = - \frac{1}{\mathfrak{C}} + \frac{i}{n} q,$$

also wird

$$e^{i n (t + p x)} = e^{- q x} \cdot e^{i n \left(t - \frac{x}{\mathfrak{C}}\right)},$$

wo

$$(2)\quad \begin{cases} q = \dfrac{n}{\mathfrak{G}_0}\sqrt{\dfrac{\varrho_0}{\varrho_1}}\sin\dfrac{1}{2}(\Theta_1 - \Theta_0) \\ \dfrac{1}{\mathfrak{G}} = \dfrac{1}{\mathfrak{G}_0}\sqrt{\dfrac{\varrho_0}{\varrho_1}}\cos\dfrac{1}{2}(\Theta_1 - \Theta_0). \end{cases}$$

q ist der Absorptionskoefficient der Amplitude. Die Amplitude nimmt in der Richtung der fortschreitenden Wellen in dem Maasse ab, dass für die Längeneinheit die Amplitude sich auf den Bruchteil e^{-q} ihres Betrages reduciert. $\frac{\mathfrak{G}_0}{\mathfrak{G}}$ ist das Brechungsverhältnis des Mediums. Im folgenden werde ich $\frac{\mathfrak{G}_0}{\mathfrak{G}}$ mit N bezeichnen.

Aus den Formeln (1) und (2) lässt sich der Absorptionskoefficient q als Function der Schwingungszahl n, oder n als Function von q ausdrücken. Wäre nun diese Function gegeben, so könnte man offenbar die jetzt bekannten Absorptionskoefficienten einführen und auf diese Weise die Schwingungszahl der Röntgenstrahlen berechnen. Zu diesem Zwecke nun muss man die Konstanten a^2, m und k kennen. Diese lassen sich berechnen, wenn man q und N bei zwei verschiedenen Wellenlängen kennt. Die Absorption und die Brechung bei den Metallen sind von mehreren Forschern untersucht, so von *Quincke, Jamin, Rathenau, Wernicke, W. Wien, Kundt, Du Bois* und *Rubens, Drude* u. a. Auch die Werte des Reflexionsvermögens, wie sie *Hagen* und *Rubens* bestimmt haben, lassen sich bei diesen Rechnungen benutzen, wenn eine der zugehörigen Konstanten für Absorption oder Brechung bekannt ist. Bei meinen Berechnungen habe ich die von *Drude* gefundenen Werte der optischen Konstanten zu Grunde gelegt[1].

[1] *P. Drude*, Wied. Ann. 39, 481—554, 1890.

Allerdings ist eine Rechnungsweise, wie ich hier angedeutet habe, mit einer erheblichen Unsicherheit verbunden. Die *Helmholtz*'schen Formeln setzen nämlich voraus, dass die Jonen bloss *eine* Eigenschwingung haben. Bei zwei oder mehreren Eigenschwingungen lassen sich die Formeln ohne Erweiterungen nicht anwenden. Ueber die Eigenschwingungen der Jonen bei den Metallen ist indessen wenig bekannt, und zwar weiss man nicht, ob nur eine oder mehrere Eigenschwingungen vorhanden sind. Immerhin schien es doch von einem gewissen Interesse zu sein, die Theorie ohne weiteres anzuwenden. Ueber die Anwendbarkeit sollen dann die Resultate der Rechnungen so gut wie möglich Aufschluss geben.

Zunächst handelt es sich darum, die Formeln in eine für die Zahlenrechnungen handliche Form zu bringen.

Drude hat den Absorptionsindex $\varkappa$ und den Brechungsindex N bestimmt[1].

$\varkappa$ wird von *Drude* so definiert: Nach Durcheilen einer Strecke λ (Wellenlänge) nimmt die Lichtamplitude im Verhältnis $e^{-2\pi\varkappa}$ ab[2]. Mit λ wird die Wellenlänge in dem absorbierenden Medium gemeint. Wenn $\mathfrak{C}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in demselben Medium, und n die Anzahl der Schwingungen in 2π Sek. sind, so ist:

$$\lambda = \mathfrak{C} \cdot \frac{2\pi}{n}.$$

Wenn die Amplitude auf der Strecke λ in dem Ver-

[1] *Drude* bezeichnet den Brechungsindex (dasselbe wie Brechungsverhältnis) mit n. Ich habe statt dessen, um von der *Helmholtz*'schen Schwingungszahl n zu unterscheiden, den Buchstaben N gewählt.

[2] *Drude*, Lehrbuch der Optik, p. 333. Leipzig 1900.

hältnis $e^{-2\pi\kappa}$ abnimmt, so muss sie auf der Strecke 1 in dem Verhältnis $e^{\frac{2\pi\kappa}{\lambda}}$ abnehmen. Also ist

$$\frac{2\pi\kappa}{\lambda} = \frac{2\pi\kappa \cdot n}{\mathfrak{C} \cdot 2\pi} = q$$

$$\kappa = \frac{q\mathfrak{C}}{n},$$

wo q, $\mathfrak{C}$ und n dieselbe Bedeutung wie bei *Helmholtz* haben[1].

Die beiden Gleichungen (2) liefern

$$\frac{q\mathfrak{C}}{n} = \kappa = \operatorname{tg} \frac{\Theta_1 - \Theta_0}{2}. \tag{3}$$

Weiter folgt aus (2):

$$\left(\frac{q\mathfrak{C}_0}{n}\right)^2 + \left(\frac{\mathfrak{C}_0}{\mathfrak{C}}\right)^2 = \frac{\varrho_0}{\varrho_1}$$

und aus (2):

$$\varrho_0 \sin \Theta_0 = \varrho_1 \sin \Theta_1.$$

Da ferner $\frac{\mathfrak{C}_0}{\mathfrak{C}} = N$ ist, so wird

$$\frac{q\mathfrak{C}_0}{n} = \frac{q\mathfrak{C}}{n} \cdot N = \kappa N;$$

die obigen Gleichungen geben dann:

$$\frac{\sin \Theta_1}{\sin \Theta_0} = (\kappa^2 + 1) N^2.$$

---

[1] *Drude* sagt (Wied. Ann. 39, 532, 1890), dass man als Absorptionskoefficienten den Ausdruck $\frac{N\kappa}{\lambda}$ zu bilden hat, wo N den Brechungsexponent, λ die Wellenlänge in Luft sind. In Wahrheit giebt dieser Ausdruck den variabeln Teil des Absorptionskoefficienten. Will man aber den Absorptionskoefficienten auf der Längeneinheit beziehen, muss man den Ausdruck $\frac{2\pi N\kappa}{\lambda}$ bilden. Setzt man hier $N = \frac{\mathfrak{C}_0}{\mathfrak{C}}$ und $\lambda = \mathfrak{C}_0 \frac{2\pi}{n}$, ergiebt sich $\frac{\kappa n}{\mathfrak{C}}$, wie oben.

Wir schreiben:

$$(4)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\sin \Theta_1}{\sin \Theta_0} &= \frac{\sin (\Theta_0 + (\Theta_1 - \Theta_0))}{\sin \Theta_0} = \\ &= \cos (\Theta_1 - \Theta_0) + \operatorname{cotg} \Theta_0 \sin (\Theta_1 - \Theta_0) \end{aligned} \right.$$

und finden dann schliesslich:

$$(5)\quad \operatorname{cotg} \Theta_0 = \frac{(\kappa^2 + 1) N^2 - \cos (\Theta_1 - \Theta_0)}{\sin (\Theta_1 - \Theta_0)}.$$

Mit Hülfe der Gleichungen (3) und (5) lassen sich Θ_0 und Θ_1 berechnen. Um ϱ_0 und ϱ_1 zu berechnen, bildet man aus den Gleichungen (1)

$$\begin{aligned} \varrho_0 \cos \Theta_0 - \varrho_1 \cos \Theta_1 &= 2 \\ \varrho_0 \sin \Theta_0 - \varrho_1 \sin \Theta_1 &= 0. \end{aligned}$$

Man hat dann sogleich:

$$(6)\quad \varrho_0 = \frac{2 \sin \Theta_1}{\sin (\Theta_1 - \Theta_0)} \quad \text{und} \quad \varrho_1 = \frac{2 \sin \Theta_0}{\sin (\Theta_1 - \Theta_0)}.$$

Wenn man nun aus (3) und (5) Θ_0 und Θ_1 bei zwei verschiedenen Wellenlängen berechnet, kann man mit Hülfe der Gleichungen (1) a^2, m und k für die betreffende Substanz berechnen. Anfangs habe ich bei einer Reihe von Metallen dieses Verfahren angewendet. Es zeigte sich aber, dass bei den vorliegenden Zahlenwerten die Rechnung ohne erhebliche Einbusse an Genauigkeit beträchtlich vereinfacht werden konnte.

Bei allen den von *Drude* in der citierten Arbeit untersuchten Metallen ist nämlich $(\kappa^2 + 1) N^2$ gross gegen 1. Den kleinsten Wert von $N\kappa$ bei gelbem Licht hat Kupfer, nämlich 2,62, während $N = 0{,}641$ ist. Dann wird $(\kappa^2 + 1) N^2 = 7{,}4$. Der Nenner in (5) ist aber kleiner als 1. Bei den untersuchten Metallen muss also Θ_0 immer ein sehr kleiner Winkel sein, ein paar Grad oder kleiner. Dagegen

liegt $\frac{\Theta_1 - \Theta_0}{2}$, weil der kleinste Wert von $\varkappa$ 1,32 ist, zwischen 53° und 90°. Wir können deshalb $\frac{\Theta_0}{2}$ gegen $\frac{\Theta_1}{2}$ vernachlässigen und schreiben statt (3):

$$\varkappa = \operatorname{tg} \frac{\Theta_1}{2}. \tag{3'}$$

Wir wenden uns nun wieder zu den Gleichungen (1) und können jetzt mit Hülfe der letzten Annahmen algebraische Ausdrücke herleiten, welche die Konstanten a^2, m und k direkt aus $\varkappa$ und N zu berechnen gestatten.

Die Gleichungen (1) geben zunächst

$$a^2 - mn^2 = \frac{1}{2}(\varrho_0 \cos \Theta_0 + \varrho_1 \cos \Theta_1),$$

welcher Ausdruck vermöge (6) in

$$\frac{1}{2} \frac{2 \sin \Theta_1 \cos \Theta_0 + 2 \sin \Theta_0 \cos \Theta_1}{\sin (\Theta_1 - \Theta_0)}$$

übergeht. Also wird

$$a^2 - mn^2 = \frac{\sin (\Theta_1 + \Theta_0)}{\sin (\Theta_1 - \Theta_0)}. \tag{7}$$

Ebenso findet man aus (1) und (6)

$$kn = \frac{2 \sin \Theta_0 \sin \Theta_1}{\sin (\Theta_1 - \Theta_0)}. \tag{8}$$

(7) und (8) sind noch genau. Wir schreiben nun in (7) $\cos \Theta_0 = 1$:

$$a^2 - mn^2 = \frac{\sin \Theta_1 + \cos \Theta_1 \sin \Theta_0}{\sin \Theta_1 - \cos \Theta_1 \sin \Theta_0}$$

$$= \frac{1 + \operatorname{cotg} \Theta_1 \sin \Theta_0}{1 - \operatorname{cotg} \Theta_1 \sin \Theta_0}$$

Nun ist

$$\operatorname{cotg} \Theta_1 \sin \Theta_0 = \cos \Theta_1 \frac{\sin \Theta_0}{\sin \Theta_1} = \frac{\cos \Theta_1}{(\varkappa^2 + 1) N^2}$$

wegen (4). Der Nenner hier ist > 7.

Wir können dann schreiben:

$$a^2 - mn^2 = 1 + 2 \operatorname{cotg} \Theta_1 \sin \Theta_0$$
$$= 1 + \frac{2 \cos \Theta_1}{(\varkappa^2 + 1) N^2}.$$

Nach bekannten trigonometrischen Regeln ist

$$\cos \Theta_1 = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\Theta_1}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\Theta_1}{2}}$$

oder, wegen (3')

$$\cos \Theta_1 = \frac{1 - \varkappa^2}{1 + \varkappa^2}$$

und

$$\operatorname{cotg} \Theta_1 \sin \Theta_0 = - \frac{\varkappa^2 - 1}{(\varkappa^2 + 1)^2 N^2},$$

also schliesslich:

$$a^2 - mn^2 = 1 - \frac{2 (\varkappa^2 - 1)}{(\varkappa^2 + 1)^2 N^2}. \tag{9}$$

Wir verfahren in analoger Weise mit (8):

$$kn = \frac{2 \sin \Theta_0 \sin \Theta_1}{\sin (\Theta_1 - \Theta_0)} = \frac{2 \sin \Theta_0}{1 - \operatorname{cotg} \Theta_1 \sin \Theta_0}$$
$$= 2 \sin \Theta_0 (1 + \operatorname{cotg} \Theta_1 \sin \Theta_0).$$

Nach (4) ist:

$$\sin \Theta_0 = \frac{\sin \Theta_1}{(\varkappa^2 + 1) N^2} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \Theta_1}}{(\varkappa^2 + 1) N^2}$$
$$= \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{1 - \varkappa^2}{1 + \varkappa^2}\right)^2}}{(\varkappa^2 + 1) N^2} = \frac{2 \varkappa}{(\varkappa^2 + 1)^2 N^2}.$$

Früher ist gefunden:

$$\operatorname{cotg} \Theta_1 \sin \Theta_0 = - \frac{\varkappa^2 - 1}{(\varkappa^2 + 1)^2 N^2}.$$

Also wird

$$kn = \frac{4\,\varkappa}{(\varkappa^2+1)^2 N^2}\left(1 - \frac{\varkappa^2-1}{(\varkappa^2+1)^2 N^2}\right).$$

Das letzte Glied im Klammer kann im Allgemeinen vernachlässigt werden. Z. B. bei Silber, welches den kleinsten Wert für N hat, beträgt dieses Glied etwa $\frac{1}{13}$ für gelbes Licht, bei Eisen $\frac{1}{54}$ u. s. w. Also

$$kn = \frac{4\,\varkappa}{(\varkappa^2+1)^2 N^2}. \tag{10}$$

Man sieht, dass $\varkappa$ aus den optischen Konstanten bei nur einer Wellenlänge bestimmt werden kann. Um m und a^2 zu finden, müssen die Konstanten bei wenigstens zwei verschiedenen Wellenlängen bekannt sein. Wenn $\varkappa$ aus den Konstanten bei den beiden Wellenlängen berechnet wird, so müssen die beiden gefundenen Werte übereinstimmen, fals unsere Voraussetzungen richtig sind. Man gewinnt so eine gewisse Kontrolle bei der Rechnung.

Wir setzen zur Abkürzung:

$$A = \frac{2\,(\varkappa^2-1)}{(\varkappa^2+1)^2 N^2} \tag{11}$$

und werden die Zahlen, welche sich auf die Wellenlängen λ_1 und λ_2 mit dem Index 1, bzw. 2 bezeichnen. Wir setzen ferner:

$$\delta = \frac{n_2^2}{n_1^2} - 1 = \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} - 1.$$

Wir haben nun zur Berechnung von a^2 und m:

$$a^2 - m n_1^2 = 1 - A_1$$

$$a^2 - m n_2^2 = 1 - A_2,$$

Trykt 13. November 1902.

woraus

$$a^2 = 1 - \frac{A_1 n_2^2 - A_2 n_1^2}{n_2^2 - n_1^2}$$

$$= 1 - A_1 + \frac{A_2 - A_1}{\delta} \tag{12}$$

und

$$m = \frac{A_2 - A_1}{n_2^2 - n_1^2} \tag{13}$$

Drude hat nun seine Messungen bei gelbem Licht, $\lambda_2 = 59 \cdot 10^{-6}$ cm., und bei rotem Licht, $\lambda_1 = 63 \cdot 10^{-6}$ cm., gemacht. Somit ist:

$$n_1 = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{10}}{63 \cdot 10^{-6}} = 2{,}99 \cdot 10^{15}$$

$$n_2 = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{10}}{59 \cdot 10^{-6}} = 3{,}20 \cdot 10^{15}$$

$$n_2^2 - n_1^2 = 1{,}30 \cdot 10^{30}$$

$$\delta = 0{,}140.$$

Aus (10), (11) und (12) lassen sich a^2, m und k bequem berechnen.

Unten sind die Zahlen in einer Tabelle zusammengestellt. In den zweiten, dritten, fünften und sechsten Kolonnen befinden sich die von *Drude* angegebenen optischen Konstanten. In der vierten und in der siebenten Kolonne stehen die aus den Konstanten nach (11) berechneten Zahlen A_2 und A_1. In den folgenden vier Kolonnen befinden sich die nach den Formeln (12), (13) und (10) berechneten a^2, m und k. Die Zahlen in der m-Kolonne sind mit 10^{-32}, die Zahlen in den k-Kolonnen mit 10^{-16} zu multiplizieren.

Tabelle.

	Gelb			Rot			a^2	$m \times 10^{32}$	$k_2 \times 10^{16}$	$k_1 \times 10^{16}$	$q' = 2q$	$\lambda_R \cdot 10^7$ cm.
	N_2	$\varkappa_2$	A_2	N_1	$\varkappa_1$	A_1						
Blei	2,01	1,73	0,0619	1,97	1,74	0,0644	0,918	—	0,336	0,370	370	—
Quecksilber	1,73	2,87	0,0567	1,87	2,78	0,0505	0,993	0,473	0,141	0,140	570	6,9
Platin	2,06	2,06	0,0555	2,16	2,06	0,0506	0,984	0,377	0,220	0,215	660	4,8
Gold	0,366	7,71	0,239	0,306	10,2	0,199	1,080	3,02	0,197	0,132	910	51,8
Zinn	1,48	3,55	0,0572	1,66	3,30	0,0508	0,995	0,494	0,109	0,113	120	3,7
Cadmium	1,13	4,43	0,0686	1,31	4,05	0,0593	1,006	0,713	0,102	0,104	—	—
Silber	0,181	20,3	0,1471	0,203	19,5	0,1266	1,016	1,57	0,0454	0,0435	190	23,7
Zink	2,12	2,60	0,0425	2,36	2,34	0,0383	0,992	0,324	0,120	0,134	130	2,4
Kupfer	0,641	4,09	0,244	0,580	5,24	0,194	1,157	3,80	0,395	0,257	99	15,3
Nickel	1,79	1,86	0,0772	1,89	1,88	0,0690	0,989	0,630	0,365	0,343	110	2,6
Stahl	2,41	1,38	0,0369	2,62	1,32	0,288	1,029	0,628	0,352	0,342	95	2,4
Aluminium	1,44	3,63	0,0584	1,62	3,36	0,0519	0,994	0,500	0,109	0,113	3,5	0,65
Magnesium	0,37	11,8	0,1027	0,40	11,5	0,0924	0,981	0,797	0,0548	0,0541	—	—
Wismut	1,90	1,93	0,0676	2,07	1,90	0,0573	1,016	0,790	0,299	0,279	—	—
Antimon	3,04	1,63	0,0268	3,17	1,56	0,0242	0,994	0,202	0,165	0,176	—	—

Wie gesagt, bietet die Uebereinstimmung der bei den beiden Wellenlängen berechneten Werte für k eine gewisse Kontrolle. Die Zahlen stimmen gut überein bei Quecksilber, Platin, Zinn, Cadmium, Aluminium, Magnesium; weniger gut bei Blei, Silber, Zink, Nickel, Stahl, Wismut und Antimon; aber schlecht bei Gold und Kupfer. Gold und Kupfer müssen also für die weitere Berechnung ausscheiden. Die Abweichungen dürften wohl auf das Vorhandensein von mehreren nahe an einanderliegenden Eigenschwingungen beruhen, und in diesem Falle lässt sich die Theorie, wie auch *Helmholtz* selbst bemerkt[1], ohne Erweiterungen nicht anwenden. Bei den übrigen Metallen sind die Abweichungen wohl nicht so gross, dass sie nicht als die Folge von Versuchsfehlern angesehen werden könnten. Bei der später zu besprechenden Extrapolation sind für die k immer die Mittelwerte aus den beiden berechneten Werten benützt.

Damit m sich berechnen lasse, muss $A_2 > A_1$. Dies trifft thatsächlich bei allen Metallen mit Ausnahme von Blei ein. Für Blei giebt die Rechnung ein negatives m, was keinen Sinn hat.

Vielleicht stehen die Widersprüche, zu welchen die Rechnungen bei Blei, Gold und Kupfer führen, damit in Zusammenhang, dass eben diese Metalle zwischen Rot und Gelb anomale Dispersion des Brechungsvermögens besitzen, während alle übrigen Metalle in diesem Gebiet eine normale Dispersion aufweisen.

Mit Hülfe der aus (9) und (10) gewonnenen Werte für a^2, m *und* k kann man nun zu den Grundgleichungen (1) und (2) zurückgehen, und die Schwingungszahl resp. Wellen-

[1] L. c., p. 344.

länge der Röntgenstrahlen berechnen, indem man für q die gemessenen Absorptionskoefficienten einsetzt. $\frac{\mathfrak{C}_v}{\mathfrak{C}}$ kann man nun = 1 setzen, da alle Versuche für Röntgenstrahlen ein Brechungsverhältnis gleich 1 oder sehr nahe gleich 1 gegeben haben. Die Formeln (9) und (10) lassen sich bei dieser Extrapolation nicht verwenden, weil sie unter einer bestimmten Voraussetzung (ϑ_v klein), welche bei den Röntgenstrahlen sicher nicht zutrifft, abgeleitet sind. Eine direkte Rechnung mit den Formeln (1) und (2) führt aber zu grossen Weitläufigkeiten; und um diese einigermassen zu beschränken, habe ich die Betrachtungen, welche *Helmholtz* über den Verlauf der Dispersion der Brechung anstellt, herangezogen.

Die *Helmholtz*'sche Theorie ergiebt, dass das Brechungsverhältnis bei wachsender Schwingungszahl zunächst im Gebiet der Eigenschwingung abnehmen und unter 1 sinken muss, danach aber wieder zunehmen, und sich bei wachsender Schwingungszahl dem Werte 1 assymptotisch nähern muss. Bei Röntgenstrahlen ist nun thatsächlich das Brechungsverhältnis = 1, und man ist deshalb berechtigt, anzunehmen, dass die Schwingungen in den Röntgenstrahlen weit schneller als die Eigenschwingungen der Jonen in der Substanz sind. Die Eigenschwingungszahl (in 2π Sek.) ist durch $\sqrt{\frac{a^2}{m}}$ gegeben, und liegt zwischen $0{,}55 \cdot 10^{16}$ für Kupfer und $2{,}2 \cdot 10^{16}$ für Antimon. Diese Schwingungszahlen entsprechen den Wellenlängen $3{,}4 \cdot 10^{-5}$ cm. und $0{,}85 \cdot 10^{-5}$ cm. in Luft. Für Röntgenstrahlen finde ich dagegen bei den besten Berechnungen Wellenlängen von der Grössenordnung 0,65 bis $6{,}9 \cdot 10^{-7}$ cm. Die Grösse $\sqrt{\frac{a^2}{m}}$ ist also ge-

genüber der Schwingungszahl der Röntgenstrahlen als klein anzusehen, d. h. in den Formeln (1) lässt sich a^2 gegenüber mn^2 vernachlässigen.

Weiter ersieht man aus der Gleichung (3), dass bei den hohen Schwingungszahlen $\operatorname{tg} \frac{\Theta_1 - \Theta_0}{2}$ klein werden muss. Denn q ist ja viel kleiner und n viel grösser als bei dem gewöhnlichen Licht. Wir können dann in (2) $\cos \frac{1}{2}(\Theta_1 - \Theta_0) = 1$ setzen. Da ferner $\mathfrak{C} = \mathfrak{C}_0$, folgt aus (2)

$$\frac{\varrho_0}{\varrho_1} = 1.$$

Dies folgt übrigens auch aus den principiellen Ueberlegungen bei *Helmholtz*.

In den Gleichungen (1) ist schon a^2 gegenüber mn^2 gestrichen. Aus der Tabelle ersieht man indessen, dass a^2 sehr nahe gleich 1 ist. Demnach verliert in (1) das Glied 1 auch jede Bedeutung neben dem grossen Glied mn^2. Die Gleichungen (1) sehen nun so aus:

$$\begin{aligned} -mn^2 &= \varrho_0 \cos \Theta_0 = \varrho_1 \cos \Theta_1 \\ kn &= \varrho_0 \sin \Theta_0 = \varrho_1 \sin \Theta_1. \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\varrho_0^2 = \varrho_1^2 = k^2 n^2 + m^2 n^4.$$

Wir berechnen nun aus den ursprünglichen Gleichungen (1)

$$\sin(\Theta_1 - \Theta_0) = \frac{kn}{\varrho_1} \frac{a^2 - mn^2 + 1}{\varrho_0} - \frac{a^2 - mn^2 - 1}{\varrho_1} \frac{kn}{\varrho_0} =$$

$$= \frac{kn}{\varrho_0 \varrho_1} \cdot 2.$$

Mit den oben gefundenen Werten für ϱ_0 und ϱ_1 wird dies

$$\sin(\Theta_1 - \Theta_0) = \frac{2kn}{k^2 n^2 + m^2 n^4}.$$

Endlich schreiben wir in der ersten Gleichung (2) $\varrho_0 = \varrho_1$ und $\sin \frac{1}{2}(\Theta_1 - \Theta_0) = \frac{1}{2} \sin(\Theta_1 - \Theta_0)$, was bei dem kleinen $(\Theta_1 - \Theta_0)$ wohl zulässig ist, und erhalten dann

$$q = \frac{n}{\mathfrak{C}_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2\,kn}{k^2 n^2 + m^2 n^4}$$

$$= \frac{1}{\mathfrak{C}_0} \frac{k}{k^2 + m^2 n^2}.$$

Hieraus folgt für die Schwingungszahl n_R der Röntgenstrahlen

$$n_R^2 = \frac{k}{q\,m^2} \left(\frac{1}{\mathfrak{C}_0} - k\,q \right). \tag{14}$$

$\mathfrak{C}_0$ ist die Lichtgeschwindigkeit, mithin $\frac{1}{\mathfrak{C}_0} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-10}$. Aus der Tabelle S. 43 ersieht man, das k maximal $0{,}4 \cdot 10^{16}$ beträgt, und q kleiner als 10^3 ist. Das letzte Glied im Klammer kann also gegenüber dem ersteren vernachlässigt werden, und man erhält zum Berechnen von n_R

$$n_R = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{k}{q\,\mathfrak{C}_0}}.$$

Da n die Schwingungszahl in $2\,\pi$ Sekunden bedeutet, wird die Wellenlänge

$$\lambda_R = 2\,\pi\,\mathfrak{C}_0\,m \sqrt{\frac{q\,\mathfrak{C}_0}{k}}$$

$$= 2\,\pi\,\mathfrak{C}_0^{\frac{3}{2}}\,m \sqrt{\frac{q}{k}} = 3{,}26 \cdot {}^{16}\,m \sqrt{\frac{q}{k}}\ \text{cm}. \tag{15}$$

Aus Formel (15) folgt, dass *die Wellenlänge der Quadratwurzel aus dem Absorptionskoefficient proportional ist.* Die absorbirbareren Strahlen haben also grössere Wellenlänge.

In dieser Formel bedeutet nach *Helmholtz* q den Dämpfungskoefficient der Lichtamplitude.

Auch $\varkappa$ bezieht sich nach *Drude* auf die Amplitude. Bei meinen Messungen habe ich aber die Absorption der *Intensität* gemessen, und die Intensität ist proportional dem Quadrate der Amplitude. Es sei die Amplitude der Welle beim Auffallen auf die absorbierende Platte B. Dann ist die Amplitude, wenn die Strahlen eine Strecke x durcheilt haben

$$B \cdot e^{-qx}.$$

Die entsprechenden Intensitäten verhalten sich dann wie $B^2 : B^2 e^{-2qx}$ d. h. die Intensität hat in dem Verhältnis e^{-2qx} abgenommen. Bei meinen Messungen habe ich in Wirklichkeit $2q$ bestimmt, und habe diese Grösse zum Unterschied von dem *Helmholtz*'schen q mit q' bezeichnet. Es ist also:

$$q = \frac{1}{2} q',$$

und dieser Wert muss bei der Berechnung von λ_R benutzt werden. $q' = 2q$ ist in der vorletzten Kolonne aufgeführt. Bei der Berechnung von λ_R habe ich die kleinsten mit Sicherheit beobachteten Werte von q' benutzt, weil diese vielleicht den Strahlen von mittlerer Wellenlänge entsprechen. Es giebt nämlich, wie früher gesagt, sicher Strahlen, welchen kleinere Absorptionskoefficienten als die von mir gemessenen entsprechen.

In der letzten Kolonne befinden sich endlich die mit Hülfe der Formel (15) berechneten Werte der Wellenlänge λ_R der Röntgenstrahlen. Die bei Gold und Kupfer sind wegen der früher auseinandergesetzten Gründe zu verwerfen; sie sind auch von einer anderen Grössenordnung als die übrigen Zahlen. Auch bei Silber liegt das berechnete λ_R weit von den bei den anderen Metallen berechneten. Hiefür kann ich keine Erklärung geben. Die optischen Konstanten

des Silbers haben zwischen Rot und Gelb extreme Werte. Vielleicht kann dieser Umstand eine gewisse grössere Unsicherheit der Extrapolation bedingen.

Abgesehen von Gold, Silber und Kupfer geben die Absorptionskoefficienten für die übrigen 7 Metalle Werte für die Wellenlänge, welche zwischen 0,65 und 6,9 $\mu\mu$ liegen.

Für Cadmium, Magnesium, Wismut und Antimon habe ich keinen Absorptionskoefficienten angegeben, weil meine Messungen mit diesen Metallen (in Lösungen) nicht als einwandfrei angesehen werden können.

Da aber die Grössenordnung der Konstanten a^2, m und k für diese Metalle dieselbe ist, wie bei den übrigen, so wird die Berechnung der Koefficienten aus diesen Konstanten zu Resultaten führen, die in ihrer Grössenordnung von denen der anderen Metalle nicht abweichen werden.

Vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der hiesigen Universität im Laufe des letzten Winters und Frühlings auf Anregung und unter Leitung des Herrn Prof. *W. Wien* ausgeführt. Für das Interesse, dass Herr Prof. *W. Wien* an meiner Arbeit nahm, sowie für die stets liebenswürdige Unterstützung, die er mir geleistet hat, drängt es mich auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank auszusprechen.

Würzburg, Physikalisches Institut 7. Juli 1902.

Vita.

Am 1. Februar 1867 wurde ich *Gabriel Gabrielsen Holtsmark* in Asker im Königreich Norwegen geboren, als Sohn des Landwirths *Bent Holtsmark* und Frau *Anne Elisabeth*, geb. *Gabrielsen*. Meine Konfession ist die protestantische. Ich besuchte während der Kinderjahren zunächst die Volkschule in Asker, 1880—82 die Mittelschule und 1882—85 das humanistische Gymnasium an der «Otto Anderssens Skole» in Kristiania. Ich absolvirte im Jahre 1885 das «Examen Artium» an dieser Schule und wurde in demselben Jahre an der Universität Kristiania immatrikulirt. Hier absolvirte ich im folgenden Jahre das «Examen philosophicum» und im Jahre 1892 das «Mathematisk-naturvidenskabelige Lærerexamen». Nachher war ich Lehrer an der «Otto Anderssens Skole», «Kristiania Handelsgymnasium» und andern Schulen. Seit dem Jahre 1900 war ich Inspector des Realgymnasiums an der «Otto Anderssens Skole». Vom 15. Juli d. J. an bin ich als Oberlehrer an «Norges Landbrugshøiskole» (die landwirthschaftliche Hochschule) in Aas angestellt. Von Oktober 1901 bis Juli 1902 studierte ich mit Unterstützung des norwegischen Staates und der Universität Kristiania an der Universität Würzburg.

Ich habe die Vorlesungen und Praktika folgender Herren Dozenten besucht:

In Kristiania: *Wikner, Weisse, Stenersen, J. Storm, Daae, O. Sars, Unger, C. A. Bjerknes, C. M. Guldberg, Fearnley, Geelmuyden, Holst, Schiötz, Waage, Hiortdahl, Tornöe,* und *Isaachsen;* in Würzburg: *W. Wien, Des Coudres, Voss* und *Seitz.*

Allen diesen meinen hochverehrten Lehrern möchte ich an dieser Stelle meinen herzlichen Dank aussprechen.